

LES DÔMES GÉODÉSQUES

<http://archilibre.org/revolution/DOMES/domdom.html>

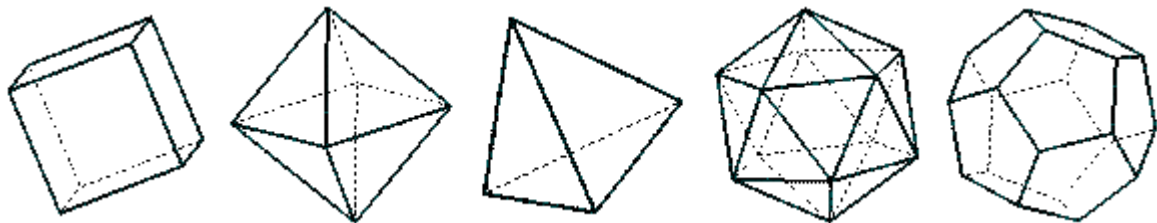
Géométrie et vocabulaire

Le but de conception d'un dôme géodésique sera triple :

- obtenir un volume proche d'une sphère
- le réaliser avec des facettes indéformables pour que l'ensemble soit indéformable
- avoir des montants pour réaliser ces facettes répartis en peu de groupes de longueurs différentes

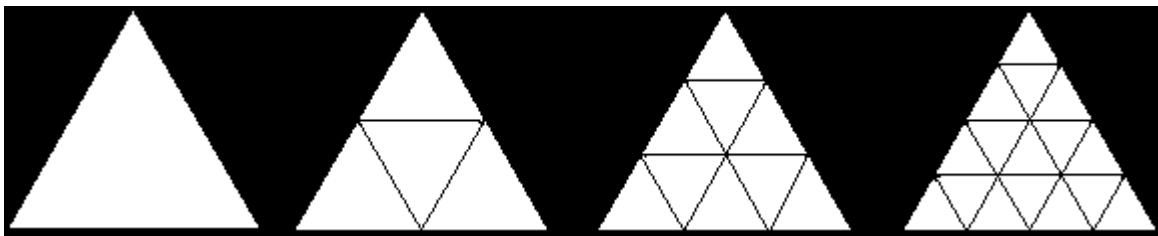
Voilà pourquoi le point de départ sera le choix d'un polyèdre régulier qui possède déjà des arêtes égales et des sommets répartis sur une sphère, et parmi ceux-ci on choisira l'octaèdre ou l'icosaèdre composés de triangles (le triangle est indéformable)

Les polyèdres réguliers



Dans l'ordre: cube (ou hexaèdre), octaèdre, tétraèdre, icosaèdre, dodécaèdre

Fréquence



fréquence 1 : 1 triangle (départ) ; fréquence 2 : 4 triangles
fréquence 3 : 9 triangles ; fréquence 4 : 16 triangles

Tels quels, ces volumes sont encore trop anguleux et pour des espaces assez grands, les longueurs de montants seraient trop importantes. C'est pourquoi on divisera ces arêtes en parties égales (il y a plusieurs façons de diviser ces arêtes, seule celle-ci donnant peu de longueurs différentes sera exposée ici).

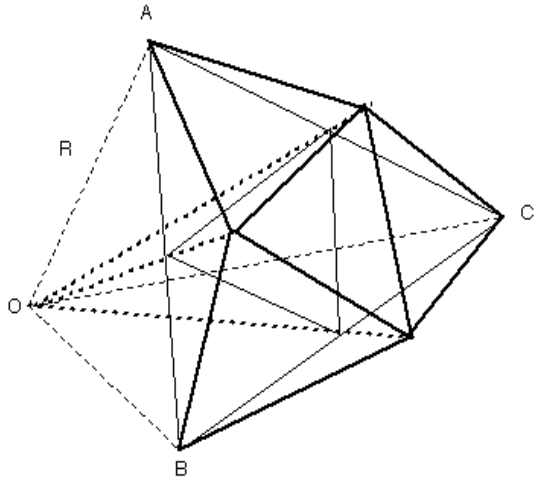
On nomme fréquence le nombre de divisions de chaque arête du polyèdre de départ. On recrée de petits triangles à l'intérieur de chaque face.

ABC: triangle du polyèdre (ici divisé en fréquence 2.). Ses sommets sont sur une sphère de centre O et rayon R.

On projette sur la sphère les points de divisions des arêtes des triangles (ici un seul triangle).

On joint ces nouveaux points avec A, B et C. On obtient une figure semblable au triangle de base avec sa division en 4 petits triangles mais déformée (traits gras). Tous ses points sont sur la sphère.

On a ainsi "arrondi" le polyèdre de base, mais augmenté le nombre d'arêtes pour le réaliser. De plus ces arêtes ne sont pas toutes de même longueur.



Il y aura :

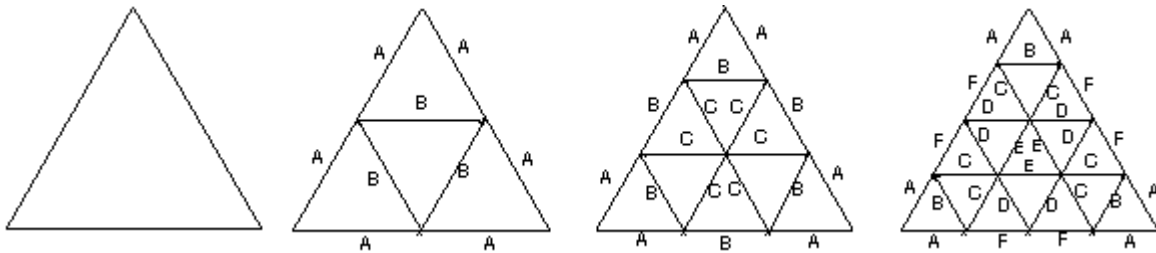
2 longueurs d'arête différentes pour la fréquence 2, A et B

3 longueurs d'arête différentes pour la fréquence 3, A, B, et C

6 longueurs d'arête différentes pour la fréquence 4, A à F

répartis comme sur les figures

On nomme Facteur de corde le rapport entre la longueur d'une arête et le rayon de la sphère, Axial l'angle entre l'extrémité d'une arête et le rayon, Dièdre l'angle de deux faces contigües.



	<u>Fréquence 2</u>	<u>Fréquence 3</u>	<u>Fréquence 4</u>
<u>Octaèdre</u> Facteur de corde et Axial	A= 0,7653 - 67,5° B= 1,0000 - 60,0°	A= 0,4595 - 76,7° B= 0,6325 - 71,6° C= 0,6714 - 70,4°	A= 0,3204 - 80,8° B= 0,4472 - 77,1° C= 0,4389 - 77,3° D= 0,5176 - 75,0° E= 0,5774 - 73,2° F= 0,4595 - 76,7°
<u>Icosaèdre</u> Facteur de corde et Axial	A= 0,5465 - 74,2° B= 0,6180 - 72,0°	A= 0,3482 - 80,0° B= 0,4036 - 78,4° C= 0,4124 - 78,1°	A= 0,2532 - 82,7° B= 0,2952 - 81,5° C= 0,2945 - 81,5° D= 0,3129 - 81,0° E= 0,3249 - 80,7° F= 0,2986 - 81,4°

Choisir son modèle

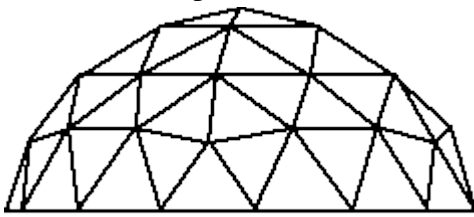
Polvèdre de base: octaèdre ou icosaèdre ?

Peut être là une question d'esthétique ou de vibrations : l'octaèdre rythme sur le nombre 4, l'icosaèdre sur le 5. L'octaèdre ayant moins d'arêtes, il faudra une fréquence plus élevée que pour un icosaèdre de même taille.

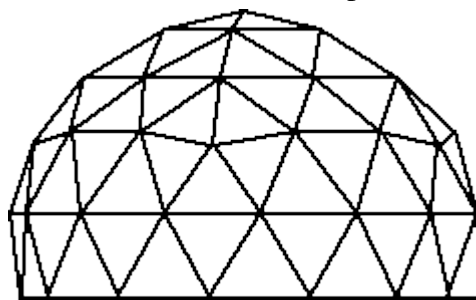
Fréquence de sous-division ?

Selon la taille pour limiter la longueur des montants

Octa F2 ou Icosa F2 pour un petit dôme inférieur à 4 m de diamètre, octa F3 ou icosa F2 jusqu'à 6-7 m, icosa F3 ou octa F4 pour 7 à 12 m, icosa F4 au delà (100 m² de base et plus).



Icosaèdre Fréquence 3 :
3/8e de sphère



id., 5/8e de sphère

(les plus grands dômes autoconstruits à structure bois que j'ai pu voir avaient 15 à 16 m de diamètre).

Où le couper ?

on ne va pas garder la sphère complète mais plutôt une demi-sphère ou à peu près, des cercles de montants vont se présenter comme plans de section naturels.

Pour l'octaèdre et l'icosaèdre F2 et F4, un des ces plans passe à l'équateur et permet d'obtenir une 1/2 sphère.

Pour l'icosaèdre F3, il n'y a pas de montants au niveau de l'équateur; il faut choisir de couper un peu au-dessus de l'équateur (3/8e de sphère) ou un peu en dessous (5/8e de sphère). Ce dernier modèle est très beau (un des plus fréquemment construit).

Mais on peut aussi garder une couronne de plus (3/4 de sphère) avec l'icosaèdre ou même l'octaèdre, ce qui donne un dôme plus haut et plus élancé (la base rentre).

Calculer les dimensions et angles de ses montants

Rien de plus simple: multiplier le facteur de corde de chaque groupe de montants par le rayon choisi et noter l'angle axial. Il s'agit là de longueurs théoriques que l'on pourra ajuster en pratique (voir "construction").

Combien ?

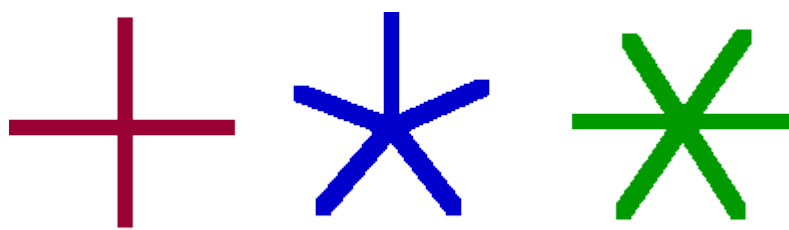
La structure se compose de montants reliés par des éléments formant des noeuds. Ils servent à maintenir les montants en position et à transmettre les forces en les divisant et répartissant entre les différents montants qui se rejoignent à ce noeud.

Nombre de montants et noeuds

Octaèdre								Icosaèdre							
Montants	A	B	C	D	E	F	Noeuds	Montants	A	B	C	D	E	F	Noeuds
Freq 2 - 1/2	16	12					13	Freq 2 - 1/2	30	35					26
Freq 3 - 3/8	4	8	16				13	Freq 3 - 3/8	30	40	50				46
Freq 3 - 1/2	16	20	24				25	Freq 3 - 5/8	30	55	80				61
Freq 3 - 5/8	20	28	40				33	Freq 3 - 3/4	50	65	90				76
Freq 4 - 3/8	4	4	16	16	12	8	25	Freq 4 - 3/8	30	30	50	40	20	20	71
Freq 4 - 1/2	16	12	24	24	12	16	41	Freq 4 - 1/2	30	30	60	70	30	30	91
Freq 4 - 5/8	20	20	40	32	16	16	53	Freq 4 - 5/8	30	35	80	80	35	40	111
Freq 4 - 3/4	20	20	40	48	24	20	61	Freq 4 - 3/4	50	45	90	90	35	50	131

Pour l'octaèdre il y aura 1 noeud à 4 branches (le sommet) pour les coupes à 3/8e et 5 dans les autres configurations et des noeuds à 6 branches,

pour l'icosaèdre 6 noeuds à 5 branches (et 11 pour les 3/4 de sphère) et le reste à 6 branches. Au plan de coupe, certains noeuds seront coupés,



soit pour l'octaèdre:

F2 , F3 , F4- 1/2 sphère: 4 noeuds à 4 branches et comme noeuds à 6 branches, 4 seront modifiés (F2) ou 8 (F3) ou 12 (F4)

F3 et F4- 3/8e et 5/8e: seulement 8noeuds à 6 branches (F3) ou 12(F4)

F4- 3/4: seulement 8 noeuds à 6 branches

et pour l'icosaèdre:

F3 et F4- 3/4: 5 noeuds à 5 branches et 10 à 6 branches (F3) ou 15 (F4)

F2, F3, F4- autres configurations: seulement des noeuds à 6 branches soit 10 (F2), 15 (F3) ou 20 (F4)

Encore un détail

Voici un détail dont on ne parle jamais. Sauf si l'on sectionne la sphère à l'équateur (1/2) la base n'est pas parfaitement plane.

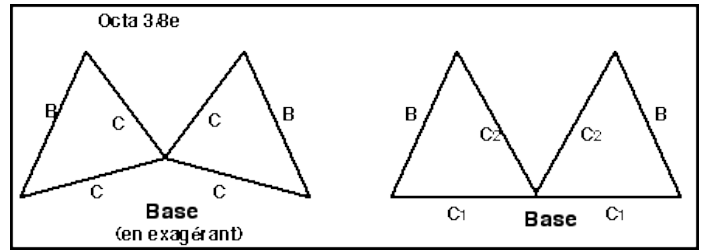
On s'en aperçoit au montage quand on a préparé un support plan et qu'après avoir forcé pour mettre en place les derniers montants, certains pieds décollent de quelques centimètres. Au lieu de bien se poser sur sa base, le dôme ne repose plus que sur quelques noeuds. Il faut alors improviser des cales et sauf à le démonter et faire quelques retouches (mais lesquelles ?), il restera ainsi. On peut faire mieux en modifiant les dimensions de certains montants.

Avec les retouches suivantes, tous les sommets se retrouveront sur une sphère sur un cercle plan de rayon r. Le sommet du dôme sera à la hauteur H.

Octaèdre (R de la sphère à l'équateur = 1)

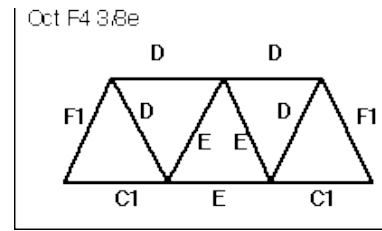
F3- 3/8e de sphère: les 16 montants C seront remplacés par 8 C1 qui formeront la base horizontale et par 8 C2

$C1 = 0,6846$; $C2 = 0,7964$; $r = 0,8944$; $H = 0,553$



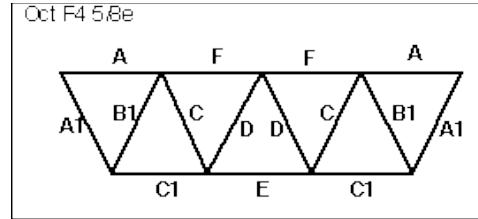
F3- 5/8e: remplacer 16 C par 8 C1 à la base et 8 C2

$C1 = 0,6846$ $C2 = 0,5391$ $r = 0,8944$ $H = 1,447$



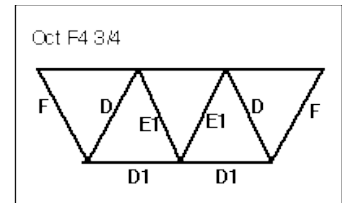
F4- 3/8e: 12 arêtes à la base ...C1 E C1 C1 E C1...

8 C sont remplacés par 8 C1 $C1 = 0,4195$ $r = 0,9129$
 4 F ---> 4 F1 $F1 = 0,3628$ $H = 0,592$



F4- 5/8e baseC1 E C1 C1 E....

4 A1 à la place de 4 A $A1 = 0,4174$
 8 B1 à la place de 8 B $B1 = 0,5176$ $r = 0,9129$
 8 C1 à la place de 8 C $C1 = 0,4195$ $H = 1,408$



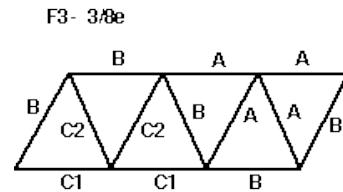
F4- 3/4: base de 8 D1

$D1 = 0,5412$ $E1 = 0,4449$ $r = 0,7071$ $H = 1,707$

Icosaèdre

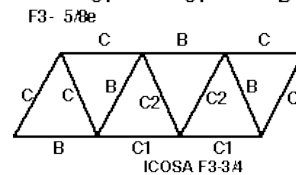
F3- 3/8e de sphère: base: ...C1C1BC1C1....

10 C ----> 10 C1 (horizontal) $C1 = 0,4127$ $r = 0,985$
 10 C ----> 10 C2 (oblique) $C2 = 0,4262$ $H = 0,828$



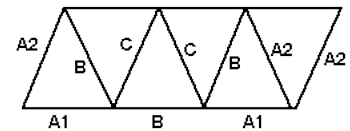
F3- 5/8e base: ...C1C1BC1C1....

10 C ----> 10 C1 (horizontal) $C1 = 0,4127$ $r = 0,985$
 10 C ----> 10 C2 (oblique) $C2 = 0,3987$ $H = 1,172$



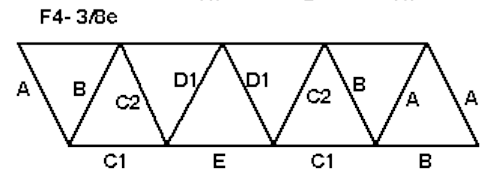
F3- 3/4

10 A ----> 10 A1 (horizontal) $C' = 0,3328$ $r = 0,857$
 10 A ----> 10 A2 (oblique) $C2 = 0,4123$ $H = 1,515$



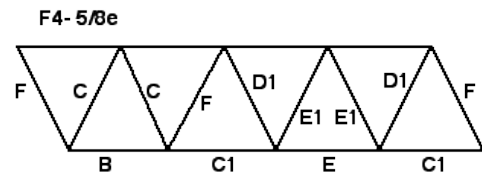
F4- 3/8e :

10 C ----> 10 C1 (horizontal) $C1 = 0,2956$
 10 C ----> 10 C2 (oblique) $D1 = 0,2908$ $r = 0,961$
 10 D ----> 10 D1 (oblique) $E1 = 0,3026$ $H = 0,749$



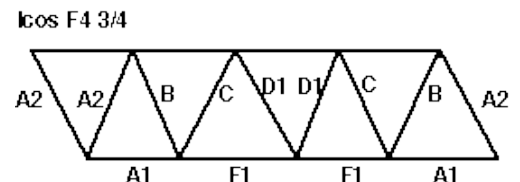
F4- 5/8e

10 C ----> 10 C1 (horizontal) $C1 = 0,2956$
 10 D ----> 10 D1 (oblique) $D1 = 0,2908$ $r = 0,961$
 10 E ----> 10 E1 (oblique) $E1 = 0,3026$ $H = 1,251$



F4- 3/4:

10 A ---> 10 A1 (horizontal) $A1 = 0,2412$
 10 A ---> 10 A2 (oblique) $A2 = 0,3055$
 10 D ---> 10 D1 (oblique) $D1 = 0,3050$ $r = 0,865$
 10 F ---> 10 F1 (horizontal) $F1 = 0,2954$ $H = 1,502$



Autre modification : angle axial

Si la dimension d'une arête est modifiée, l'angle axial change aussi. Cependant le respect de cet angle n'est pas très important dans la pratique d'une construction artisanale et les outils utilisés insuffisamment précis. Aussi ne sont donnés que les angles qui ont changé de plus de 2 degrés.

Il n'y a pas de changements dans les diverses sections de l'icosaèdre

Pour l'octaèdre

F3- 3/8e	C2	Axial = 66,5°	
F3- 5/8e	C2	Axial = 74,4°	
F4- 3/8e	F1	Axial = 79,5°	
F4- 5/8e	A1	Axial = 78°	B1 Axial = 75°
F4- 3/4	E1	Axial = 77°	

Construire la structure d'un dôme

Avertissement

On prête au dôme géodésique bien des qualités :

- il offre un grand volume pour une faible surface d'enveloppe
 - il permet de réaliser de grand espaces autoportants sans piliers internes
 - il présente une grande rigidité : répartissant les forces en tension et compression le long de sa surface, il fait économie des matériaux
 - il résistera à la neige, aux tremblements de terre, aux tempêtes de vent : s'il est mal fixé au sol et que le vent parvienne à s'engouffrer, il y a plus à craindre qu'il ne s'envole et non qu'il ne s'effondre
 - il est facile à chauffer et, ne possédant pas de coins anguleux, il favorise la répartition de la chaleur.
- Tout cela est vrai bien qu'un peu théorique.

Des constructeurs expérimentés vous diront que mener à terme une construction de dôme n'est ni facile, ni rapide, sans parler des problèmes administratifs que cela peut poser

- il est basé sur une géométrie non familière (l'espace courbe et le triangle), qui vous poursuivra de la conception jusqu'à l'aménagement intérieur : donc si vous êtes adepte la construction libre qui se déroule à l'inspiration, si vous aimez travailler avec des matériaux bruts et des outils primaires, le dôme n'est certainement pas votre solution
- il pose des problèmes spécifiques dus à sa forme, l'absence de plans verticaux et la multiplicité des facettes, comme par exemple l'étanchéité à prendre très au sérieux : les éléments supérieurs sont de faible pente et les parties inférieures plus pentues reçoivent toute l'eau qui arrive du dessus, tout ce qui sort de l'enveloppe ou s'y rajoute, le tuyau de poêle, les vitrages, peut être source d'infiltration...

N'a-t-on pas oublié la porte ?

Pénétrer dans le dôme à travers un triangle n'est pas très confortable, il faut qu'il soit assez grand pour avoir un triangle de grande taille.

Sauf si le dôme repose sur un muret, auquel cas on peut obtenir un passage assez haut. Mais de toute manière, aucun triangle n'est vertical et il faudra rajouter quelque chose en retrait ou en avancée pour que la porte soit verticale.

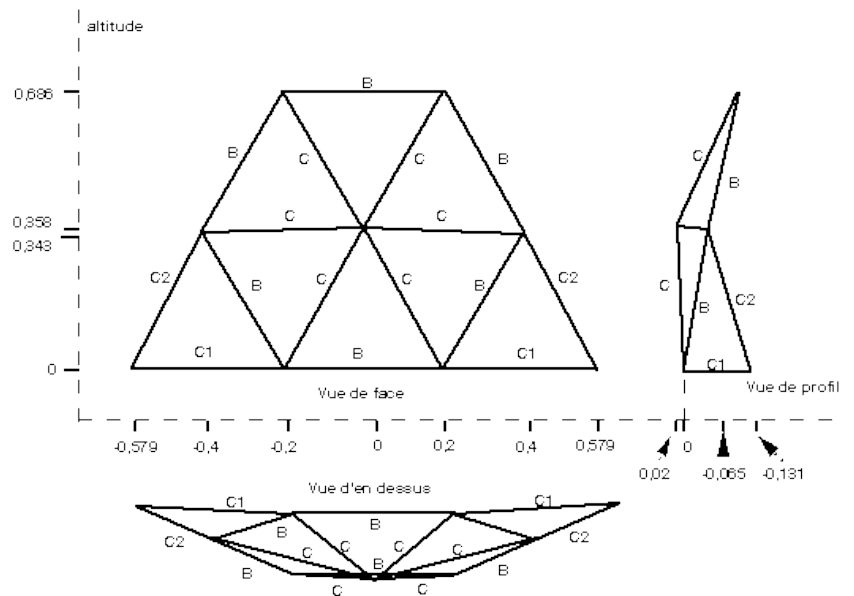
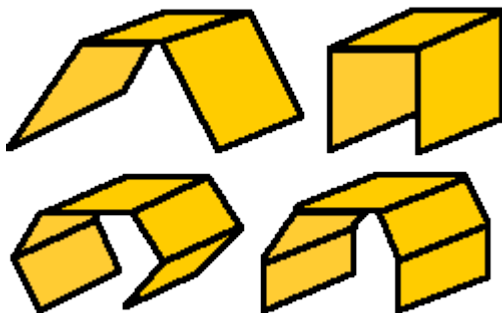
Sinon, il faut supprimer des montants ou des triangles. Attention !! Le dôme complet est très rigide mais si on touche à son intégrité, toutes les forces vont se reporter à cet endroit faible pour causer déformations et dommages. Il faudra donc construire une structure spéciale rigide et indéformable qui viendra se substituer

aux éléments que l'on enlève et dans laquelle on inclura la porte et son bati.

Voilà quelques exemples d'entrées de dômes réalisés aux USA et tirés du Web.



On trouve la configuration géométrique ci-contre juste sous un hexagone: c'est là que l'on peut prévoir un élément "entrée" indépendant choisi parmi diverses formes.



Les côtés donnés sont à multiplier par le rayon de la sphère. Dans notre exemple, la hauteur du passage est de 2,74 m et la largeur minimale de 1,60 m. On construira cet élément avec un léger biseau, plus petit que les dimensions théoriques à l'avant et plus grand à l'arrière (ou l'inverse), ce qui donnera une pente au rectangle supérieur et permettra d'ajuster au mieux l'entrée à la structure du dôme (les montants ont une épaisseur et une inclinaison).

On conservera les montants du dôme qui entourent cette entrée et l'on supprimera ceux du bas et de l'intérieur de notre décompte (bien les repérer).

Par exemple avec le choix de la 3e forme (hexagonale), on supprime 6 montants C et 1 B et le dôme se composera de 30 A, 54 B, 54 C, 10 C1, 10 C2.

Dômes à structure métal



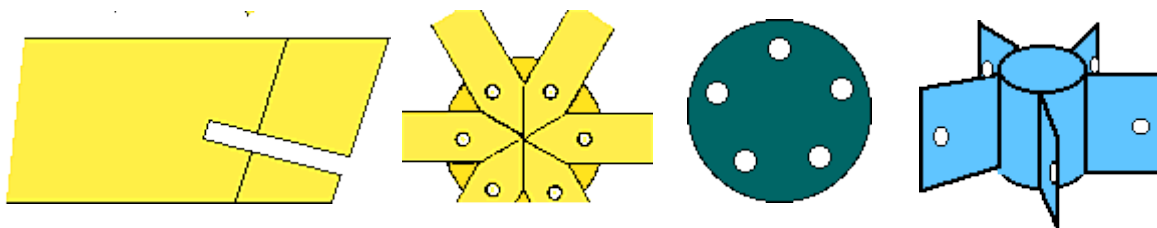
On peut réaliser une structure en tube de 2 à 4 cm de diamètre selon la taille du dôme. Comme on ne peut y planter des clous, elle est plutôt adaptée pour soutenir ou suspendre une toile. C'est donc envisageable pour une structure mobile comme tente ou abri.

Les liaisons entre montants sont simples : on aplatit les extrémités, on les perce et on les courbe légèrement (90° - axial), on relie plusieurs montants en passant un boulon à travers les trous. La distance entre les 2 trous d'un montant doit être égal à la longueur théorique.

Dômes à structure bois - Eléments de liaison (noeuds)

La liaison entre montants se fait par boulonnage d'un disque inséré dans une rainure du montant.

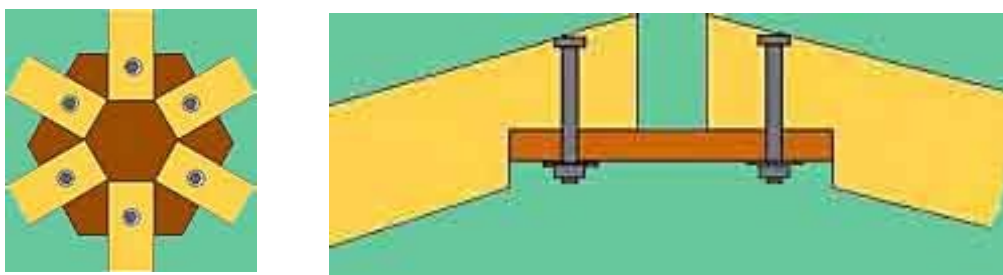
Il peut être en métal de qq mm d'épaisseur, ou en contreplaqué extérieur (ou triply) de 16 à 22 mm. Ou encore ce peut être une pièce de métal façonnée autour d'un cylindre.



Le métal demande des outils adaptés et s'il y a soudures un calage soigneux.

Travailler avec du bois est plus simple. Si l'on veut ajuster les montants comme pour le noeud d'en dessus, il faudra disposer d'un outil précis comme une scie radiale pour couper d'un coup 2 angles indépendant, l'angle axial et l'angle de la pointe. la longueur des montants de pointe à pointe devra être la longueur théorique.

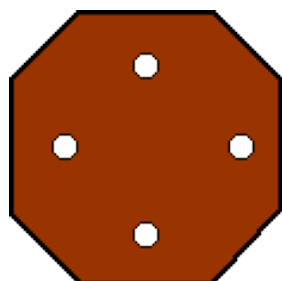
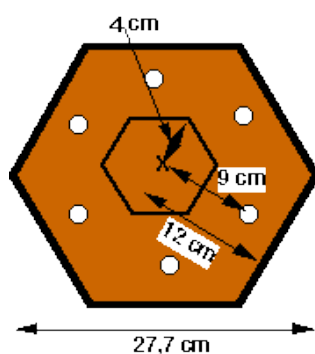
Un des noeuds les plus simple, qui peut même se tailler avec des outils à main : une figure de contreplaqué (hexagonale ou pentagonale selon le sommet) qui s'ajuste dans une découpe du montant. Dans ce cas la longueur réelle du montant est diminuée de 2 fois la distance du bout du montant au centre de la platine.



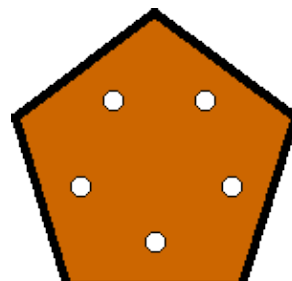
Détail de la platine

Pour un noeud à 6 branches et des montants de 4 cm de large

Cette platine en hexagone régulier n'est exacte que pour les noeuds où se rejoignent 6 montants C (fréquence 3).



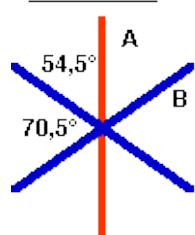
Noeud à 4 branches
(octaèdre)



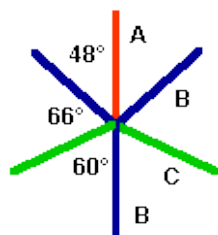
Noeud à 5 branches
(icosaèdre)

Pour les autres noeuds à 6 branches, les montants dévient légèrement de cette étoile régulière (60°). Les angles exacts (à 0,5° près) sont donnés ci-dessous.

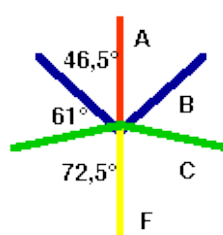
OCTAEDRE



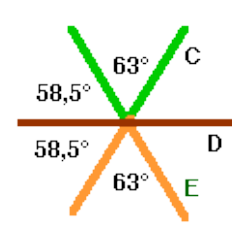
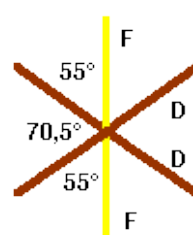
Fréquence 2



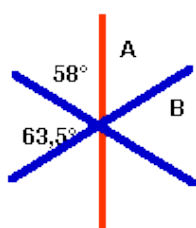
Fréquence 3



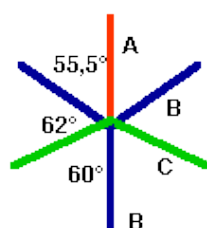
Fréquence 4



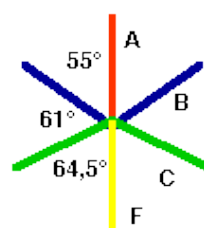
ICOSAEDRE



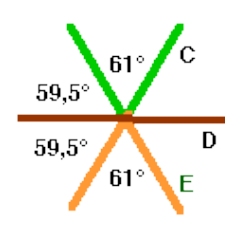
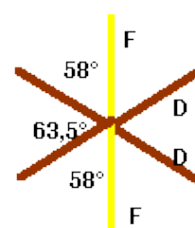
Fréquence 2



Fréquence 3



Fréquence 4



Fabrication des éléments

Les calculs sont achevés, doit-on être aussi ? Si l'on peut. Les outils, le travail et la réaction du bois au climat vont entraîner quelques approximations. Il faut essayer d'avoir des longueurs usées à 2-3 mm près et des angles corrects à 2° près. Dans chaque sorte d'élément, en réaliser un premier modèle, le retoucher éventuellement et marquer dessus toutes les données qui le concernent. Il servira de gabarit pour la fabrication de sa série.

Platines de liaison

Selon le type de noeud que l'on adopte. On essaye de rapprocher les montants au maximum. Percer des trous de 2 mm plus grands que les boulons à utiliser.

Boulons, écrous, rondelles

Boulons de 8 ou 10 mm de diamètre et de longueur adaptée à la profondeur des montants

Les montants

On choisit un bois léger et sans gros noeuds, sec si possible, comme Douglas, sapin du Nord ou équivalent.

Quelle section ? Assez large pour recevoir des clous, assez profond si l'on veut bien isoler dans cette profondeur. Soit environ 5 X 10 ou 5 X 12 (cm). Ou 3-4 X 6-8 si le dôme est petit. Il est plus important que l'ensemble des montants ait une profondeur constante mais inutile d'aller jusqu'au rabotage, sauf pour les montants des vitrages qui par la suite seront les seuls visibles.

Pour la longueur

Si les montants sont taillés en pointe, c'est la longueur calculée. S'ils ne se joignent pas au centre de la platine, il faut enlever 2 fois cet écart au centre (un à chaque bout) et comme les montants sont inclinés, enlever encore selon le modèle (pour une distance de 4 cm au centre, sinon en proportion)

Octa F2	montant	A: 7 mm	B: 12 mm			
F3	montant	A: 2 mm	B: 4 mm	C: 5 mm		
F4	montant	A: 1 mm	B, C, F: 2 mm	D: 3 mm	E: 4 mm	
Icosa F2	montant	A: 3 mm	B: 4 mm			
F3	montant	A: 1 mm	B, C: 2 mm			
F4	montant	tous: 1mm				

Travail en bout

Essayer de situer la découpe pour la platine de telle sorte que le boulon ne fasse pas une saillie sous le montant et faites une niche en dessus pour encastrer sa tête, c'est plus élégant et le boulon ne fera pas de gêne à la pose des revêtements intérieur ou extérieur.

Le montage

Tout est prêt ? Les montants, les platines, l'élément porte, une base plane de bois, de pierre ou de ciment n'attend plus que le montage ?

Le montage est un moment magique, on a passé bien du temps avant cette étape sans que rien n'émerge du sol, et en quelques heures - ou 2 jours si l'on a construit grand - on va faire un tissage dans le ciel. 2 ou 3 personnes suffisent mais c'est mieux d'inviter quelques amis à cette fête.

Il vous faut comme outils : des maillets, des clefs pour boulonner, des échelles, une visseuse et la perceuse, la scie, le ciseau à bois pas loins s'il y a des retouches à faire. Et aussi un plan clair de l'organisation des montants et noeuds dans la structure.

Commencer par repérer le centre et le marquer, c'est la référence. Tracer un cercle de rayon r de base (donné en fin des pages sur la géométrie). Mettre les diverses pièces à l'intérieur du cercle, regroupées par type avec l'élément gabarit bien visible (ça aide).

Commencer par placer et relier la couronne des montants de base: elle devrait toucher le cercle en restant vers l'intérieur. A chaque noeud (et dans toute la progression du montage) fixer un des montants, le premier, avec une vis supplémentaire pour que la platine ne tourne pas (surtout si c'est un disque). Mettre la base en place en orientant la porte que l'on peut fixer provisoirement.

Procéder couronne par couronne en ne serrant pas les boulons. Arrivé à hauteur de l'élément porte, on peut l'ajuster au mieux sans la fixer définitivement.

Continuer jusqu'à la fin. A certains moments, peut être faudra-t-il forcer, tirer par ci, pousser par là, utiliser le maillet ou bousculer la structure, au pire agrandir quelques trous pour passer les boulons mais si les dimensions sont correctes, on doit arriver à ses fins sans trop d'efforts. Seul le tout dernier montant ne passera pas si la platine doit rentrer par une fente dans le montant. Scier alors le dessous de la fente, placer le montant et recoller le morceau manquant. La pose de ce dernier montant va donner à l'ensemble une rigidité exceptionnelle, vous pouvez maintenant grimper partout.

Pour finir : secouez fortement la structure si elle n'est pas trop lourde, elle va se placer au mieux de ses tensions, fixez la au sol, ajustez la porte si elle peut bouger et reliez la définitivement, serrez les boulons, faites sauter le champagne en envoyant quelques bulles dans ma direction si cette étude vous a été utile.

La structure n'est pas toute la maison, il y aura encore du travail, mais ce sera de l'artisanat plus classique sur une forme qui ne l'est pas. A chacun de trouver sa méthode selon ses goûts et son savoir faire...

Pour l'icosaèdre F3 - 5/8e de 8 m de diamètre

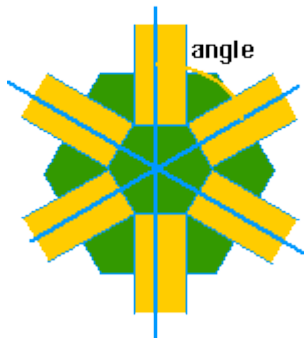
Hauteur : 4,69 m

Rayon de la base : 3,94 m

Montants	Nombre	Longueur (cm)	Axial	Platines	Nombre	Spécial
A	30	131,2	80°	5A	6	
B	54	153,2	78,4°	6C	10	
C	54	156,8	78,1°	ABCBCB	18	2
C1	10	156,9	78,1°	ABCBC2B	8	2
C2	10	151,3	78,5°	C1BCB	8	2
				C1C2C2C1	5	

Boulons, écrous, rondelles : 316 + quelques uns en réserve (on en égare durant le montage)

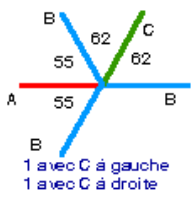
Noeud ordinaire



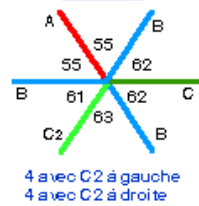
Noeud réduit à la base



ABCBCB haut de porte



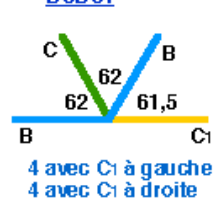
ABCBC2B



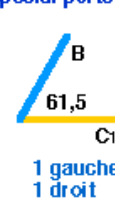
ABBC2B coté de porte



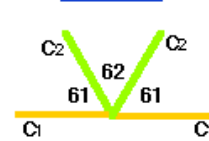
BCBC1



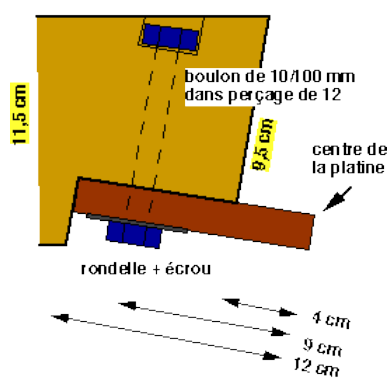
spécial porte



C1C2C1C2



tête de boulon encastrée



Voilà fini...

